расфокусировки изображения. В основе данного исследования заложена зависимость между видом гистограмм направленных градиентов и характера размытости изображения. На основе полученных результатов, были описаны методы отсеивания и составлен алгоритм фильтрации изображений с учетом регулирования необходимой степени присутствия признаков искаженности на отсеянных изображениях.

Данный алгоритм был протестирован на более чем 200 изображениях разного качества и разрешения, в результате чего было выяснено, что вероятность ошибки (неверного определения качества изображения) составила 2 процента.

Предлагаемый алгоритм обладает несколькими важными свойствами, а именно: высоким быстродействием, гибкостью, универсальностью по отношению к входным параметрам и широким спектром дальнейших модификаций.

Литература

1. Ming-Jun Chen and Alan C Bovik. No-reference image blur assessment using multiscale gradient. // EURASIP Journal on Image and Video Processing. – 2011 – №1.
2. M. Cannon. Blind Deconvolution of Spatially Invariant Image Blurs with Phase. // ASSP-24. – 1996.
3. Костюков М. В. Статья: Детектор смазанности и расфокусировки на основе модели текста // Abi production. – 2013. URL http://www.science-education.ru/110-9812 (дата обр. 20.05.2015)

Сведения об авторах

Демяненко Яна Михайловна, к.т.н. доцент, доцент, Институт математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, dem@math.sfedu.ru. Обработка изображений.

Раскин Антон Владимирович, студент, Институт математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, raskin.anton.v@gmail.com. Обработка изображений.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НУЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ КОМБИНАЦИЙ L – ФУНКЦИЙ ДИРИХЛЕ, ЛЕЖАЩИХ НА ПОЧТИ ВСЕХ КОРОТКИХ ПРОМЕЖУТКАХ КРИТИЧЕСКОЙ ПРЯМОЙ

До Дык Там

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, ул. Студенческая, 14, г. Белгород, 308007, Россия.

Аннотация

В работе рассматривается распределение нулей линейных комбинаций аналогов функции Харди, соответствующих L- функций Дирихле, лежащих на

критической прямой. Проведен перенос результатов А. А. Карацубы для дзета-функции Римана на линейные комбинации аналогов функции Харди, соответствующих L- функций Дирихле.

ON DISTRIBUTION OF THE ZEROS OF LINEAR COMBINATIONS OF $L-$ DIRICHLET FUNCTIONS LYING ON THE CRITICAL LINE

Do Duc Tam

Belgorod State University, Studencheskaya St., 14, Belgorod, 308007, Russia.

1. Введение

Пусть

$$Z(t,\chi)=e^{i\theta(t,\chi)}L\left(0,5+it,\chi\right),$$

где функция $\theta(t,\chi)$ подобрана так, что $Z(t,\chi)$ вещественна при вещественных t [1, с. 485]. Пусть далее

$$G(t)=a_1Z(t,\chi_1)+a_2Z(t,\chi_1)+\cdots+a_lZ(t,\chi_l), \qquad (1.1)$$

где $a_1,a_2,\cdots,a_l-$ произвольные вещественные числа, $\chi_1,\cdots,\chi_l-$ примитивные характеры Дирихле по модулям, соответственно, $k_1,k_2,\cdots,k_l.$ $Z(t,\chi)$ представляет собой аналог функции Харди [2, гл. 2]. Через $[k_1,k_2,\cdots,k_l]$ обозначим наименьшее общее кратное натуральных чисел $k_1,\cdots,k_l.$

В 1991 году А.А. Карацуба [1] стал изучать задачу о нижней оценке числа нулей нечетного порядка функции $G(t)$ на отрезке $(T,T+H)$, где $H=T^{27/82+\varepsilon}$, $\varepsilon-$ произвольное малое положительное число. Он доказал, что при $K\geq 3$, $\varepsilon,\varepsilon_1-$произвольно малых фиксированных положительных числах, не превосходящих 0,01, $T\geq T_0(\varepsilon,\varepsilon_1)>0$ и $H=T^{27/82+\varepsilon_1}$:

$$N_0(T+H,G)-N_0(T,G)\geq cH\left(\ln T\right)^{\beta-\varepsilon},$$

где $N_0(T,G)-$число нулей нечетного порядка функции $G(t)$, лежащих в промежутке $(0,T)$, $\beta=\dfrac{1}{\varphi(K)}$, $\varphi-$ функция Эйлера.

В настоящей работе получены оценки для числа нулей функции $G(t)$ на почти всех промежутках вида $(T,T+H)$, где $H=X^{\varepsilon_1}$, $X\leq T\leq 2X$, ε_1- сколь угодно малое фиксированное положительное число.

2. Основные теоремы

Теорема 1. Пусть $\varepsilon,\varepsilon_1>0-$ произвольно малые фиксированные положительные числа и пусть $K=\left[k_1,k_2,\cdots,k_l\right]..3$, $\beta=\dfrac{1}{\varphi(K)}$, $X..X_0(\varepsilon,\varepsilon_1)$, $H=X^{\varepsilon_1}$, $X„\ T„\ 2X$. Если E_1- множество тех T из промежутка $[X,2X]$, для которых не выполняется неравенство

$$N_0(T+H,G)-N_0(T,G)\geq c_1H\left(\ln T\right)^{\beta-\varepsilon}, \qquad (1.2)$$

то для меры множества E_1 справедлива оценка $\mu(E_1)\ll X^{1-0,5\varepsilon_1}$.

Теорема 2. Пусть $\varepsilon,\varepsilon_1>0-$ произвольно малые фиксированные положительные числа и пусть $K=[k_1,k_2,\cdots,k_l]\geq 3$, $X\geq X_0(\varepsilon,\varepsilon_1)$, $H=X^{\varepsilon_1}$, $M=[XH^{-1}]$. При $m=M+1,M+2,\cdots,2M$ рассмотрим интервалы вида $[mH,mH+H]$. Тогда в каждом из указанных интервалов, за исключением не более $M^{1-0,5\varepsilon_1}$ из них, содержится более чем $c_2H(\ln X)^{\beta-\varepsilon}$ нулей нечётного порядка функции $G(t)$.

Для доказательств основных теорем нам понадобятся леммы. Эти леммы близки к известным леммам [3, с. 1215].

Пусть $\varepsilon_1,\varepsilon_2,h_1-$ положительные числа с условиями $\varepsilon_1<0,01$, $\varepsilon_2<1$, $h_1<1$, $r-$ натуральное число, $H=X^{\varepsilon_1}$, $Y=H^{0,01}$, $P=\sqrt{\dfrac{kT}{2\pi}}$, $P_0=\sqrt{\dfrac{kX}{\pi}}$. Пусть далее

$$a(\lambda)=\sum_{n\nu_1=\lambda\nu_2}\frac{\beta(\nu_1)\beta(\nu_2)\chi(n)}{\nu_2},$$

$\lambda-$ рациональные числа, знаменатель которых не превосходит Y, $0<\nu_1,\nu_2<Y-$натуральные числа, $\beta(\nu)-$ вещественные числа, причем $|\beta(\nu)|\leq 1$ при $\nu\leq Y$, $\beta(\nu)=0$ при $\nu>Y$, $\beta(\nu)=0$ при $\nu\not\equiv 1\ (\operatorname{mod} k)$. Суммы $W_j(T),\ j=0,1,2$ определяются равенствами:

$$W_0(T)=\sum_{\lambda_1<\lambda_2\leq P}\frac{a(\lambda_1)\overline{a(\lambda_2)}}{\sqrt{\lambda_2\lambda_1}}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{iT}e^{-\left(\frac{H}{2}\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)\right)^2},$$

$$W_1(T)=\sum_{\lambda_1<\lambda_2\leq P_0^{1-\varepsilon_2}}\frac{a(\lambda_1)\overline{a(\lambda_2)}}{\sqrt{\lambda_2\lambda_1}}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{iT}B(\lambda_1)\overline{B(\lambda_2)}e^{-\left(\frac{H+1}{2}\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)\right)^2},$$

$$W_2(T)=\sum_{P_0^{1-\varepsilon_2}<\lambda_1<\lambda_2\leq P}\frac{a(\lambda_1)\overline{a(\lambda_2)}}{\sqrt{\lambda_2\lambda_1}}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{iT}e^{-\left(\frac{H}{2}\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)\right)^2},$$

где $B(\lambda)=\left((P/\lambda)^{ih_1}-1\right)^r/\left(\ln(P/\lambda)\right)^r$.

Лемма 1. Имеет место неравенство:

$$\sum_{j=0}^{2}\int_X^{2X}W_j^2(T)\ll r^4(1+8\varepsilon_2^{-1}L^{-1})^{4r}h_1^2(\varepsilon_2^{-1}+8\varepsilon_2^{-2}L^{-1}h_1^{-1})^4XH^{-1}Y^{12}L^7,$$

где $L=\ln X$.

Следствие 1. Пусть $\delta-$произвольное положительное число, не превосходящее 1, E_1- множество таких T из интервала $[X,2X]$, для которых

$$\sum_{j=0}^{2}W_j^2(T)\geq r^4(1+8\varepsilon_2^{-1}L^{-1})^{4r}h_1^2(\varepsilon_2^{-1}+8\varepsilon_2^{-2}L^{-1}h_1^{-1})^4X^{1-\delta}H^{-1}Y^{12}L^7. \qquad (1.3)$$

Тогда для меры множества E_1 справедлива оценка $\mu(E_1)\ll X^{\delta}$.

Лемма 2. При обозначениях теоремы 2 справедливо неравенство

$$\sum_{j=0}^{2}\sum_{m=M}^{2M} W_j^2(mH) \ll r^4(1+8\varepsilon_2^{-1}L^{-1})^{4r} h_1^2(\varepsilon_2^{-1}+8\varepsilon_2^{-2}L^{-1}h_1^{-1})^4 MH^{-1}Y^{12}L^8. \qquad (1.4)$$

Следствие 2. Пусть $\delta-$произвольное положительное число, не превосходящее 1, E_1- множество таких $M \le m \le 2M$, для которых

$$\sum_{j=0}^{2} W_j^2(mH) \ge r^4(1+8\varepsilon_2^{-1}L^{-1})^{4r} h_1^2(\varepsilon_2^{-1}+8\varepsilon_2^{-2}L^{-1}h_1^{-1})^4 M^{1-\delta}H^{-1}Y^{12}L^8. \qquad (1.5)$$

Тогда для количества элементов этого множества $\mu(E_1)$ справедлива оценка $\mu(E_1) \ll M^{\delta}$.

Доказательства основных теорем приводятся по схеме работы А. А. Крацубы [1] с учетом лемм 1 и 2.

3. Заключение

В работе автор пользуется методами А.А. Карацубы 1) получения оценки “сельберговского типа” для числа нулей ζ(s) на “почти всех” коротких промежутках критической прямой и 2) исследования нулей функций, являющихся линейными комбинациями рядов Дирихле и не имеющих эйлеровского произведения.

В работе автор получает нижнюю оценку для числа нулей функции $G(t)$ вида

$$G(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n Z(t,\chi_n),$$

где $N \ge 2-$ произвольное фиксированное целое число, a_n произвольные фиксированные вещественные числа, χ_n характеры Дирихле по модулям k_n , $n=1,\cdots,N$, $Z(t,\chi_n)-$ аналоги функции Харди $Z(t)$. Случай когда количество слагаемых в линейной комбинации рядов Дирихле растёт вместе с t представляет собой трудность и требует дальнейшего исследования.

Литература

1. Карацуба А.А. О нулях специального вида функций, связанных с рядами Дирихле // Известия АН СССР. Серия Математическая. 1991. 55;3, С.483 – 514.
2. Воронин С.М., Карацуба А.А. Дзета – функция Римана // М.: Физматлит, 1994 . 376 с.
3. Карацуба А.А. Распределение нулей функции $\zeta(\frac{1}{2}+it)$ // Известия АН СССР. Серия Математическая. 1984. 48; 6. С.1214 – 1224.
4. Карацуба А.А. О нулях функции Дэвенпорта – Хейльброна, лежащих на критической прямой // Известия АН СССР. Серия Математическая. 1990. 54;2, С.303 – 315.

Сведения об авторах

До Дык Там, аспирант, e-mail: doductam140189@gmail.com, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород. Область научных интересов: аналитическая теория чисел.